4.4. Primjena sustava dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama

Broj sati: 4

*Udžbenik: stranice 24. – 31.*

**Odgojno – obrazovni ishod**

B.8.3. Rješava i primjenjuje linearnu jednadžbu.

B.8.4. Rješava i primjenjuje sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama

**Međupredmetne teme**

uku A.3.2. Primjena strategija učenja i rješavanje problema

uku A.3.4. Učenik kritički promišlja i vrednuje ideje uz podršku učitelja.

uku B.3.3. Učenik regulira svoje učenje mijenjanjem plana ili pristupa učenju, samostalno ili uz poticaj učitelja.

uku B.3.4. Učenik samovrednuje proces učenja i svoje rezultate, procjenjuje ostvareni napredak te na temelju toga planira buduće učenje.

osr A.3.1. Razvija sliku o sebi.

osr A.3.3. Razvija osobne potencijale.

osr B.3.2. Razvija komunikacijske kompetencije i uvažavajuće odnose s drugima

osr B.3.4. Suradnički uči i radi u timu.

ikt A.3.2. Učenik se samostalno koristi raznim uređajima i programima.

**Tijek nastavnih sati**

* **Primjena sustava (1)**

**Aktivnost 1 – Vrednovanje naučenoga**

Učitelj provodi kratku pisanu provjeru kroz Listiće za vrednovanje naučenoga (1.1. – 1.3.) (vrednovanje naučenoga).

**Aktivnost 2 – Ponavljanje**

Učenici su i u prethodnim razredima rješavali tekstualne zadatke (npr. probleme iz svakidašnjeg života) tako što su postavljali jednadžbe. Tada su to bile jednadžbe s jednom nepoznanicom, a sada će biti sustavi dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama. Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o načinu rješavanja takvih zadataka (vrednovanje za učenje).

Tekstualne zadatke u kojima imamo dvije nepoznanice rješavamo u četiri koraka:

1. razumijevanje zadatka (određivanje nepoznanica)
2. osmišljavanje plana rješavanja (zapisivanje podataka matematičkim jezikom, odnosno postavljanje sustava jednadžbi)
3. izvođenje plana (rješavanje sustava jednadžbi)
4. osvrt na rješenje (provjera ima li rješenje smisla u odnosnu na početni tekstualni zadatak)

**Aktivnost 3 – Primjena sustava**

Uz razgovor s učenicima putem prezentacije (e-sfera: Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama -> Primjena sustava jednadžbi -> e-Matematika -> Primjena sustava) učitelj pokazuje kako postaviti sustav jednadžbi i odrediti rješenje.

Učenici rješavaju zadatak 60. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnost 3 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Vrednovanje za učenje:
* Aktivnost 2 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
* Vrednovanje naučenoga
* Aktivnost 1 – Listići za vrednovanje naučenoga

**Razrađeni problemski zadaci, zadaci za poticanje kritičkog razmišljanja, kreativnosti i/ili istraživački zadaci**

* Aktivnost 3, domaća zadaća – svakidašnji život

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 73.
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred –

**Domaća zadaća**

* Zadaci za vježbu: 48., 57.
* **Primjena sustava (2)**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje u paru**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o primjenama sustava (vrednovanje za učenje).

Učenici u paru odgovaraju na pitanje iz rubrike Jeste li razumjeli?

* Postavite neki problem iz svakodnevnog života pomoću sustava dviju jednadžbi s dvije nepoznanice. Riješite ga metodom po svom odabiru. Provjerite ispravnost rješenja.

Zatim slijedi razredna rasprava koju moderira učitelj (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 2 – Zbroj/razlika dvaju brojeva**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 13.* učitelj pokazuje kako postaviti sustav jednadžbi i odrediti nepoznate brojeve.

Učenici rješavaju zadatke 31. i 32. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Znamenke dvoznamenkastog broja**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 14.* učitelj pokazuje kako postaviti sustav jednadžbi i odrediti nepoznati dvoznamenkasti broj.

Učenici rješavaju zadatke 33. i 34. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Dva pribrojnika**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 15.* učitelj pokazuje kako postaviti sustav jednadžbi i odrediti nepoznate pribrojnike.

Učenici rješavaju zadatak 35. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Omjer dvaju brojeva**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 16.* učitelj pokazuje kako postaviti sustav jednadžbi i odrediti nepoznate brojeve.

Učenici rješavaju zadatak 36. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.1.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.1. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 2, 3, 4, 5 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 5 – listići za vrednovanje za učenje

**Razrađeni problemski zadaci, zadaci za poticanje kritičkog razmišljanja, kreativnosti i/ili istraživački zadaci**

* Aktivnosti 2 – 5, domaća zadaća

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 75., 76.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 71., 72.
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 40., 41., 42., 44., 45.
* **Primjena sustava (3)**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje u paru**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o primjenama sustava (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Geometrijski problemi**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 17.* učitelj pokazuje kako postaviti sustav jednadžbi i odrediti nepoznate veličine trokuta.

Učenici rješavaju zadatke 37. i 38. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 3 – Financije**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 18.* učitelj pokazuje kako pomoću sustava jednadžbi riješiti zadatak u svezi štednje.

Učenici rješavaju zadatke 49., 58. i 63. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 4 – Čistoća zlata**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 19.* učitelj pokazuje kako pomoću sustava jednadžbi riješiti problem smjese tvari.

Učenici rješavaju zadatak 35. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

**Aktivnost 5 – Omjer dvaju brojeva**

Uz razgovor s učenicima na *Primjeru 16.* učitelj pokazuje kako postaviti sustav jednadžbi i odrediti nepoznate brojeve.

Učenici rješavaju zadatak 39. te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje kao učenje: Pr.2.

Listići za vrednovanje za učenje: Pr.2. i Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnosti 1, 2, 3, 4, 5 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* Aktivnost 5 – listići za vrednovanje kao učenje
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima
  + Aktivnost 5 – listići za vrednovanje za učenje

**Razrađeni problemski zadaci, zadaci za poticanje kritičkog razmišljanja, kreativnosti i/ili istraživački zadaci**

* Aktivnosti 2 – 5, domaća zadaća – svakidašnji život, fizika, kemija

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 77., 82.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbu za učenike s teškoćama**

* Dopunski zadatci: 74.
* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Domaća zadaća**

Zadatci za vježbu: 51., 52., 53., 59., 69.

* **Uvježbavanje**

**Aktivnost 1 – Ponavljanje**

Učitelj prikuplja informacije o prethodnim znanjima učenika i miskoncepcijama učenika o primjenama sustava (vrednovanje za učenje).

**Aktivnost 2 – Uvježbavanje**

Učenici rješavaju Nastavni listić te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Učenici rješavaju zadatke na e-sferi: Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama -> Primjena sustava jednadžbi -> Matematika + -> provjera znanja Primjena sustava jednadžbi (kratki kviz) te samostalno provjeravaju ispravnost rješenja. Učitelj pomaže, usmjerava i vodi kroz proces samovrednovanja (vrednovanje kao učenje).

Listići za vrednovanje za učenje\_općenito: Pr.1. – Pr.5.

**Primjeri vrednovanja**

* Vrednovanje kao učenje:
* Aktivnost 2 – samovrednovanje ispravnosti rješavanja zadataka
* e-sfera: Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama -> Primjena sustava jednadžbi -> Matematika + -> provjera znanja Primjena sustava jednadžbi (kratki kviz)
* Vrednovanje za učenje:
  + Aktivnost 1 – prikupljanje informacija o prethodnim znanjima

**Razrađeni problemski zadaci, zadaci za poticanje kritičkog razmišljanja, kreativnosti i/ili istraživački zadaci**

* Aktivnost 2, domaća zadaća – svakidašnji život

**Aktivnosti koje obuhvaćaju prilagodbe za učenike s teškoćama**

* T. Djaković, L. Havranek Bijuković, Lj. Peretin, K. Vučić: Matematika 8 – udžbenik za pomoć u učenju matematike –

**Aktivnosti za motiviranje i rad s darovitim učenicima**

* Dodatni zadatci: 78. – 81.
* Z. Martinec: Matematika 8 plus – zbirka zadataka za dodatnu nastavu matematike –
* M.Muštra: Dodatna nastava matematike za 8.razred -

**Domaća zadaća**

* Zadatci za vježbu: 46., 54., 64., 65., 67.
* e-sfera: Sustav dviju linearnih jednadžbi s dvjema nepoznanicama -> Primjena sustava jednadžbi -> Matematika + -> provjera znanja Primjena sustava jednadžbi (dugi kviz)

**Primjeri listića za vrednovanje kao učenje, vrednovanje za učenje i vrednovanje naučenoga**

**Vrednovanje kao učenje**

**Primjer 1:** Lista za samoprocjenu 2(Prilog C)

Tvrdnje:

Pri rješavanju problemskih zadataka s brojevima:

* određujem nepoznanicu
* postavljam sustav jednadžbi
* rješavam sustav jednadžbi odabranom metodom
* provjeravam smislenost rješenja

**Primjer 2:** Lista za samoprocjenu 2(Prilog B)

Tvrdnje:

Samostalno primjenjujem sustave u:

* problemima s brojevima
* geometrijskim problemima
* problemima iz svakidašnjeg života

**Vrednovanje za učenje**

**Primjer 1:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

Odredite nepoznanice i postavite sustav jednadžbi u sljedećim zadatcima. (Ne trebate riješiti sustav!)

* + 1. Zbroj dvaju brojeva je 49, razlika je 15. Koji su to brojevi?
    2. Dva se broja odnose kao 3 : 4. Dodamo li prvom broju 3, a drugom broju 7, njihov će omjer biti 2 : 3. Koji su to brojevi?
    3. Zbroj znamenaka dvoznamenkastog broja je 9. Zamijene li znamenke mjesta, novi broj je 6 puta veći od početnog broja. Koji je to broj?

**Primjer 2:** Izlazna kartica

Učenici odgovaraju na postavljene zadatke na listić papira.

Odredite nepoznanice i postavite sustav jednadžbi u sljedećim zadatcima. (Ne trebate riješiti sustav!)

1. Veličine susjednih kutova paralelograma razlikuju se za 126°. Kolike su veličine tih kutova?
2. Hlače i majica zajedno koštaju 380 kuna. Kolika je cijena hlača, a kolika majice ako je  cijene hlača jednako dvostrukom iznosu cijene majice.

**Vrednovanje naučenoga**

Ime i prezime ................................................................ grupa A

1. Je li uređeni par  rješenje sustava  ?

2. Riješite sustav metodom supstitucije. 3. Riješite sustav metodom suprotnih koeficijenata.

 

4. Svedite sustav na standardni oblik i riješite ga metodom po izboru.



Ime i prezime ................................................................ grupa B

1. Je li uređeni par  rješenje sustava  ?

2. Riješite sustav metodom supstitucije. 3. Riješite sustav metodom suprotnih koeficijenata.

 

4. Svedite sustav na standardni oblik i riješite ga metodom po izboru.



Ime i prezime ......................................................... grupa C

1. Je li uređeni par  rješenje sustava  ?

2. Riješite sustav metodom supstitucije.



3. Riješite sustav metodom suprotnih koeficijenata.



4. Svedite sustav na standardni oblik i riješite ga metodom po izboru.



**Rješenja:**

**grupa A**

1. ne, 2. , 3. , 4. 

**grupa B**

1. ne, 2. , 3. , 4. 

**grupa C**

1. da, 2. , 3. , 4. 

**Nastavni listić**

1. Zbroj dvaju brojeva je 54. Povećamo li prvi broj za 4, a drugi smanjimo za 3, omjer dobivenih brojeva je

5 : 6. Koji su to brojevi?

2. Za dva i pol kilograma banana i tri kilograma jabuka plaćeno je 55 kn 50 lp, a kilogram banana i dva

kilograma jabuka 29 kn. Koliko stoji kilogram banana, a koliko kilogram jabuka?

3. U dvije kutije nalazi se ukupno 90 limuna. Premjestimo li iz druge kutije u prvu dva limuna, u drugoj će kutiji biti dva puta više limuna nego u prvoj. Koliko je limuna bila u svakoj kutiji na početku?

4. Opseg jednakokračnog trokuta je 19 cm. Smanjimo li duljinu njegove osnovice za 20%, a duljinu kraka

povećamo za 5 mm, opseg se neće promijeniti. Kolike su duljine stranica početnog jednakokračnog

trokuta?

**Dopunski zadatci**

1. Zbroj dvaju brojeva je 33, razlika je 9. Koji su to brojevi?

2. Dva se broja odnose kao 7 : 4. Koji su to brojevi ako je njihova razlika 24?

3. Razlika veličina dvaju sukuta je 94°. Koliko iznosi svaki od njih?

4. Ante i Ivo imaju zajedno 112 sličica. Ivo ima tri puta više sličica nego Ante. Koliko sličica ima svaki dječak?

5. Za dvije olovke i četiri bilježnice plaćeno je 42 kune, a za pet olovaka i dvije bilježnice 41 kuna. Koliko

stoji jedna olovka i jedna bilježnica?

**Rješenja nastavnog listića**

1. 21 i 33

2. banane - 12 kn, jabuke - 8.5 kn

3. 1. košara – 28 limuna, 2.košara – 62 limuna

4. *a* = 5 cm, *b* = 7 cm

**Rješenja dopunskih zadataka**

1. 12 i 21

2. 63

3. 137°, 43°

4. Ante – 28 sličica, Ivo – 84 sličice

5. olovka – 5 kn, bilježnica – 8 kn